



Singapore and Asian Schools Math Olympiad 2020

SECONDARY 3 (GRADE 9) CONTEST PAPER

NAME: _____

Index Number:

SCHOOL: _____

--

INSTRUCTIONS:

1. Please **DO NOT OPEN** the contest booklet until the Proctor has given permission to start
2. TIME: **1 hour 30 minutes**.
3. There are 25 questions:
Section A: Questions 1 to 15 score 2 points each, no points are deducted for an unanswered question and 1 point is deducted for the wrong answer.
Section B: Questions 16 to 25 score 4 points each, no points are deducted for an unanswered or wrong answer.
4. Shade your answers neatly using a **2B lead pencil** in the Answer Entry Sheet.
5. PROCTORING: No one may help any student in any way during the contest.
6. No electronic devices capable of storing and displaying visual information are allowed during the course of the exam.
7. Strictly **No Calculators** are allowed into the exam.
8. All students must fill and shade their **Name, School and Index Number** in the Answer Entry Sheet and Contest booklet.
9. MINIMUM TIME: Students must stay in the exam hall for at least 1 hour.
10. A student must show detailed working and transfer answers to the Answer Entry Sheet.
11. **No exam papers and written notes can be taken out by any contestant.**



بخش A (هر جواب صحیح، 2 امتیاز | جواب خالی، صفر امتیاز | جواب غلط، 1 امتیاز منفی)

سوال 1

مقدار زیر را بیابید.

$$2020 \times 2020 - 2020 \times 20 + 2020$$

A. 2020

B. 4042020

C. 4040000

D. 4024020

E. هیچکدام

سوال 2

کدامیک از موارد زیر بیشترین مقدار را دارد؟

A. 2020

B. $\frac{2020^{20}}{2020^{18}}$

C. 4080400

D. $\frac{2020^{20} - 2020}{2020^{18} - 2020}$

E. گزینه B و C

سوال 3

در ریاضیات، حاصل ضرب n عدد صحیح مثبت **اول** به صورت $n! = n \times (n - 1) \times \dots \times 1$ نوشته می‌شود. برای مثال $2! = 2 \times 1$ و $7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$. تعداد صفرهای متوالی در انتهای $(10! - 11!)$ را بیابید.

A. 1

B. 2

C. 24

D. 26

E. 0



سوال 4

مقدار عبارت زیر را بیابید.

$$\frac{2025 \times (19!)^2 - 5 \times (19!)^2}{100 \times 18! \times 20! + 18! \times 20!}$$

- A. 19
- B. 2020
- C. 2025
- D. $2020 \times 19!$
- E. هیچکدام

سوال 5

کدام عدد زیر یک عامل $91^4 - 1$ است؟

- A. 2019
- B. 2020
- C. 2021
- D. 2022
- E. هیچکدام

سوال 6

کوچکترین عدد صحیح مثبتی که بتوان آنرا به صورت حاصل ضرب شش عدد صحیح نوشت به طوری که هیچ دوتایی از آنها نسبت به هم اول نباشند، کدام است؟

- A. 60
- B. 64
- C. 360
- D. 5040
- E. هیچکدام



سوال 7

چهار دوست در برخی از شبکه‌های اجتماعی حساب دارند. هر دو نفر از آنها حداقل از یک شبکه‌ی اجتماعی مشترک استفاده می‌کنند، و هیچ شبکه‌ی اجتماعی توسط بیش از دو نفر از آنها استفاده نمی‌شود. حداقل چند شبکه‌ی اجتماعی توسط این چهار دوست استفاده می‌شود؟

- A. 4
- B. 5
- C. 6
- D. 8
- E. هیچکدام

سوال 8

مقدار $f(x) = ax^2 + bx + c$ زمانی که $x = -1$ ، برابر 0 است. با فرض $f(2) - f(1) = 11$ و $f(3) - f(2) = 15$ ، مقدار $a + b + c$ چند است؟

- A. -3
- B. -1
- C. 1
- D. 3
- E. هیچکدام

سوال 9

عدد بعدی در دنباله‌ی زیر کدام است؟

16, 37, 58, 89, 145, 42, ...

- A. 20
- B. 31
- C. 72
- D. 96
- E. هیچکدام

سوال 10

یک سکه‌ی تقلبی در میان سکه‌های یکسان 2019 وجود دارد. سکه‌های اصلی وزن یکسانی دارند درحالی‌که سکه‌ی تقلبی سبک‌تر است. آندی می‌خواهد با استفاده از یک ترازو سکه‌ی تقلبی را مشخص کند. هیچ محدودیتی برای تعداد سکه‌هایی که هر بار بر روی کفه‌های ترازو قرار داده شده‌اند وجود ندارد. کمترین تعداد وزن کردن که برای یافتن سکه‌ی تقلبی نیاز است چقدر است؟

- A. 7
- B. 10
- C. 11
- D. 1009
- E. هیچکدام

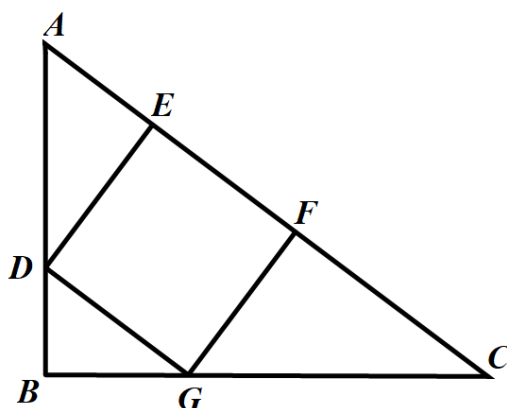
سوال 11

چند عدد چهار-رقمی در میان ارقامش رقم 1 دارد ولی رقم 2 ندارد؟

- A. 2248
- B. 2673
- C. 2816
- D. 3528
- E. هیچکدام

سوال 12

در نمودار، $\angle ABC = 90^\circ$ و $DEFG$ یک مربع است. اگر $AE = 4$ و $EF = 6$ ، مساحت چهارضلعی $ACGD$ را بیابید.



- A. 84
- B. 75
- C. 63
- D. 60
- E. هیچکدام



سوال 13

آنتونی، جودیت، دانیل و ادوارد در سال 1975، 1976، 1977 و 1978 در شهرهای نیویورک، مسکو، بارسلونا و سنگاپور به دنیا آمده‌اند اما نه به آن ترتیبی که گفته شد. با فرض این که

- شخصی که در بارسلونا به دنیا آمده است یک سال بزرگ‌تر از شخصی است که در سنگاپور به دنیا آمده است.
- ادوارد یک سال بعد از شخصی که در بارسلونا به دنیا آمده متولد شده است.
- دانیل در مسکو به دنیا آمده است.
- آنتونی دو سال بعد از ادوارد به دنیا آمده است.

جودیت در چه سالی به دنیا آمده است؟

- A. 1975
- B. 1976
- C. 1977
- D. 1978
- E. مشخص کردنش غیرممکن است.

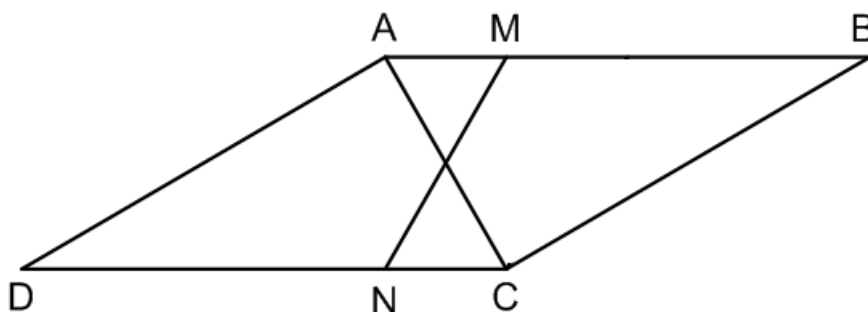
سوال 14

یک چندوجهی محدب 48 یال دارد. وجه‌های آن یا چهارضلعی یا شش‌ضلعی هستند. هر رأس دقیقاً نقطه پایانی سه یال می‌باشد. چندوجهی چه تعداد وجه دارد؟

- A. 16
- B. 18
- C. 20
- D. 24
- E. هیچکدام

سوال 15

در نمودار زیر، $ABCD$ یک متوازی‌الاضلاع است و $\angle ACB = 90^\circ$ و نقاط M و N بر اضلاع AB و CD قرار دارند به طوری که $AM : MB = CN : ND = 1 : 3$. با فرض $AC = MN = 2$ ، مساحت $ABCD$ را بیابید.



- A. $2\sqrt{3}$
- B. 6
- C. $4\sqrt{3}$
- D. 8
- E. هیچکدام



بخش B (هر جواب صحیح، 4 امتیاز | جواب غلط یا خالی، صفر امتیاز)

سوال 16

مقدار عبارت زیر را بیابید.

$$11^2 - 12^2 + 13^2 - 14^2 + 15^2 - 16^2 + \dots + 99^2 - 100^2 + 101^2$$

سوال 17

در $5^{2020} \times 4^{1010}$ چند رقم وجود دارد؟

سوال 18

عدد شش-رقمی $2X3Y72$ بر 66 بخش‌پذیر است. مقدار $X + Y$ را بیابید.

سوال 19

یک عدد 2-رقمی را در نظر بگیرید، رقم‌های آن را بهم ضرب کنید، سپس رقم‌های حاصل ضرب به دست آمده را به هم ضرب کنید و این روند را ادامه دهید تا این‌که یک عدد یک-رقمی به دست آورید. چند عدد دو-رقمی وجود دارند که با انجام این روش در انتها عدد صفر را تولید کنند؟

سوال 20

مقدار $(a + 2b)(2b + 3c)(a + 3c) + 6abc$ را بیابید، که در آن $a + 2b + 3c = 0$.

سوال 21

با فرض $P(x) = x^5 - 2021x^4 + 2021x^3 - 2021x^2 + 2021x - 1$ ، مقدار $P(2020)$ چقدر است؟

سوال 22

در عبارت زیر، تمام حروف متفاوت برای ارقام متفاوت هستند.

$$\begin{array}{r}
 C \quad I \quad R \quad C \quad L \quad E \\
 C \quad I \quad R \quad C \quad L \quad E \\
 + \quad C \quad I \quad R \quad C \quad L \quad E \\
 \hline
 S \quad P \quad H \quad E \quad R \quad E
 \end{array}$$

مقدار حاصل جمع $S + P + H + E + R + E$ را بیابید.

سوال 23

به چند طریق می‌توان رئوس نمودار زیر را با 3 رنگ، رنگ آمیزی کرد به طوری که هر دو رأس مجاور با رنگ یکسان رنگ نشده باشند؟



سوال 24

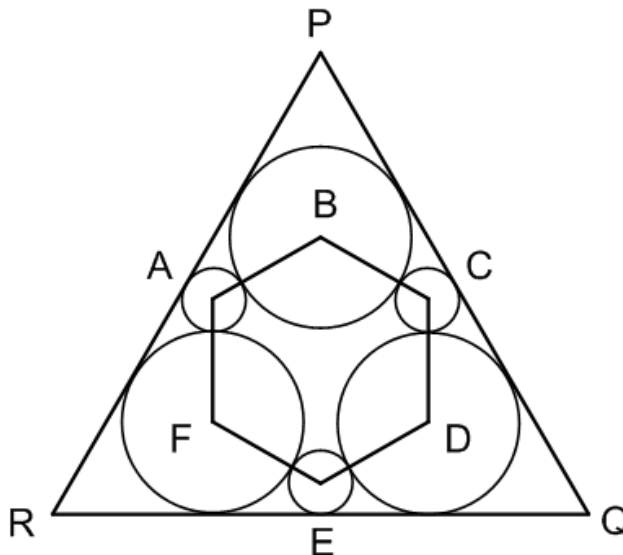
فرض کنید $T_1 = 1, T_2 = 1 + \frac{1}{1}, T_3 = 1 + \frac{1}{1+\frac{1}{1}}, \dots, T_n = 1 + \frac{1}{T_{n-1}}$ با فرض این که T_n

می تواند به صورت کسری در ساده ترین شکل آن بیان شود، $T_n = \frac{P_n}{Q_n}$ که در آن P_n و Q_n

اعداد صحیح نسبت به هم اول هستند. از میان $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{2019}$ چند عدد فرد هستند؟

سوال 25

در نمودار زیر، 6 دایره مماس بر هم به مرکزهای A، B، C، D، E و F وجود دارند. شش ضلعی منتظم ABCDEF و $AB = 4$ مفروض اند. PQR مثلثی است که هر یک از اضلاعش بر سه دایره مماس است. مربع طول PQ را بیابید.





END OF PAPER

Rough Working

