



Design Thinking with Robotics and Computational Thinking International Competition



طراحی تفکر با رباتیک و رقابت
بین المللی تفکر محاسباتی (Drct2020)

چالش پایه 11 / پایه 12

شماره داوطلبی:

نام:

مدرسه:

دستورالعمل‌ها:

- 1- لطفا قبل از اجازه‌ی مراقب از باز کردن دفترچه سوال خودداری فرمایید.
 - 2- زمان: **90 دقیقه**
 - 3- این دفترچه حاوی 24 سوال است.
- بخش الف:**
- سوالات 1 تا 9 دارای 6 امتیاز به ازای هر پاسخ صحیح هستند. امتیازی برای عدم پاسخ‌گویی به سوالی کسر نمی‌شود. 2 امتیاز به ازای هر پاسخ غلط کسر می‌شود.
- بخش ب:**
- سوالات 10 تا 15 دارای 9 امتیاز به ازای هر پاسخ صحیح هستند. امتیازی برای عدم پاسخ‌گویی به سوالی کسر نمی‌شود. 3 امتیاز به ازای هر پاسخ غلط کسر می‌شود.
- بخش ج:**
- سوالات 16 تا 24 دارای 12 امتیاز به ازای هر پاسخ صحیح هستند. امتیازی برای عدم پاسخ‌گویی به سوالی کسر نمی‌شود. 4 امتیاز به ازای هر پاسخ غلط کسر می‌شود.
- 4- پاسخ خود را با مداد نرم 2B به صورت تمیز و مرتب در پاسخ‌برگ پر فرمایید.
 - 5- **حفاظت:** در طول برگزاری آزمون شخصی نباید به شرکت‌کننده کمک کند.
 - 6- در طول برگزاری آزمون نباید از وسایل الکترونیکی دارای حافظه و اتصال به فضای مجازی استفاده شود.
 - 7- اجازه‌ی استفاده از **انواع ماشین حساب** وجود دارد.
 - 8- تمام دانش‌آموزان باید اطلاعات **نام، مدرسه و شماره داوطلبی** خود را در دفترچه‌ی سوال و پاسخ‌برگ درج نمایند.
 - 9- دانش‌آموز باید محاسبات را انجام دهند و پاسخ نهایی را به پاسخ‌برگ انتقال دهد.
 - 10- **هیچ‌یک از شرکت‌کنندگان اجازه‌ی خروج برگه‌ها و یادداشت‌ها را به خارج از جلسه ندارند.**



ضمیمه الف:

دستورالعمل‌ها برای پرکردن پاسخ‌برگ.

- 1- فقط از مداد نرم B2 استفاده شود.
- 2- نام خود را در هر دو سمت پاسخ‌برگ بنویسید. در جلوی پاسخ‌برگ نام و نام مدرسه را در قسمت مشخص‌شده یادداشت فرمایید.

NAME OF PARTICIPANT:

Henry Ong

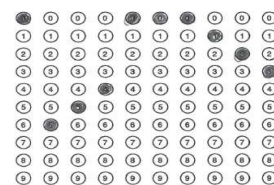
SCHOOL NAME:

Ang Mo Kio Primary School

- 3- شماره داوطلبی خود را در جای مشخص‌شده بنویسید و طبق نمونه، اعداد مربوط به هر رقم را در زیر آن پر فرمایید.

INDEX NUMBER:

0 6 5 4 0 0 0 1 2 3



- 4- پایه‌ی خود را در جای مشخص‌شده یادداشت فرمایید و دایره‌ی مربوط به پایه را درست در زیر آن پر فرمایید.

LEVEL (GRADE):

P1 (G1) P2 (G2) P3 (G3) P4 (G4) P5 (G5) P6 (G6)

S1 (G7) S2 (G8) S3 (G9) S4 (G10) JC

- 5- برای هر سوال فقط یک پاسخ را مشخص فرمایید.
- 6- تمام دایره‌ی مورد نظر را به صورت زیر به طور کامل پر کنید و از زدن سایر علامت‌ها خودداری فرمایید. نمونه‌ی صحیح و مواردی از پرکردن غیرصحیح در زیر نشان داده شده است.

EXAMPLES OF SHADING

CORRECT



WRONG



- 7- پاسخ‌را در محل مشخص‌شده یادداشت فرمایید و دایره‌ی مربوطه را در زیر آن پر کنید. برای هر سوال تنها یک پاسخ درج شود.

Multiple Choice Answer

- 1 A B C D
- 2 A B C D
- 3 A B C D
- 4 A B C D
- 5 A B C D
- 6 A B C D
- 7 A B C D
- 8 A B C D
- 9 A B C D
- 10 A B C D
- 11 A B C D
- 12 A B C D
- 13 A B C D
- 14 A B C D
- 15 A B C D

EXAMPLE for Questions 16 to 25
You must write and shade all 4 digits.

0	0	0	9
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 8- در صورت تعویض پاسخ، پاسخ قبلی را به صورت تمیز و مرتب پاک فرمایید.
- 9- از گذاشتن علامت‌ها و نشانه‌های اضافی در پاسخ‌برگ خودداری فرمایید.
- 10- از سوراخ کردن و تا کردن پاسخ‌برگ خودداری فرمایید.



بخش الف:

(پاسخ صحیح- 6 امتیاز | عدم پاسخ کوی- 0 امتیاز | پاسخ غلط- منفی 2 امتیاز)
برای سوالات با شماره‌ی 1 تا 9 پاسخ صحیح را انتخاب فرمایید و در پاسخ‌برگ گزینه‌ی موردنظر را علامت بزنید.

سوال 1

کلیدواژه: دودویی¹

سیستم دو دویی، یکی از راه‌های نمایش اعداد است. برای مثال 110 در سیستم دو دویی معادل عدد 6 در سیستم دهدهی است.

اعداد دودویی زیر را به صورت دهدهی بنویسید.

11100110

01100010

10100101

11010000

- A. 215, 95, 164, 201
- B. 220, 90, 160, 200
- C. 231, 97, 164, 207
- D. 230, 98, 165, 208

¹Binary

سوال 2

کلیدواژه: ساختارهای داده خطی

پشته‌ای از 10 کارت با برچسب‌های 1، 2، ...، 10 از بالا به پایین وجود دارند. در هر عملیات، یکی از کارت‌ها بر می‌داریم و در بالای دسته‌ی کارت‌ها قرار می‌دهیم.

ما این عملیات را با ترتیب کارت‌های زیر به ترتیب زمانی و پشت سرهم انجام می‌دهیم.

{1, 2, 4, 8, 9, 6, 4, 9, 2, 3, 5, 1, 10, 3, 2}.











ترتیب نهایی کارت‌ها را مشخص کنید.

- A. 2, 3, 10, 1, 5, 9, 4, 7, 6, 8
- B. 2, 3, 10, 1, 5, 9, 4, 6, 7, 8
- C. 2, 3, 10, 1, 5, 9, 4, 6, 8, 7
- D. 2, 3, 10, 1, 5, 4, 9, 6, 7, 8

سوال 3

ردیفی از 10 ظرف با وزن‌های {9, 8, 2, 3, 7, 2, 4, 5, 8, 6} گرم وجود دارند.

بیشترین تعداد ظرف‌های متوالی برای خوردن حداکثر 20 گرم غذا کدام است؟

									
9	8	2	3	7	2	4	8	5	6

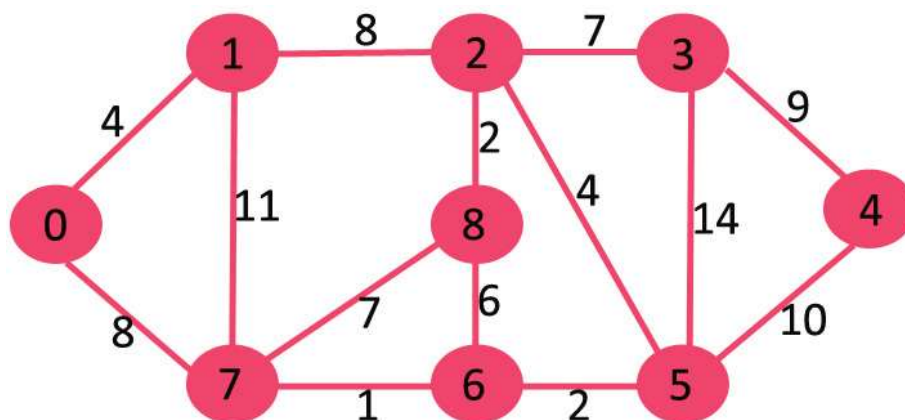
- A. 4
- B. 5
- C. 6
- D. 7

سوال 4

کلیدواژه: کوتاه‌ترین مسیر

طول مسیر بین دو گره برابر با مجموع وزن تمام یال‌های موجود در طول مسیر است.

طول کوتاه‌ترین مسیر برای رفتن از گره شماره‌ی صفر به گره شماره‌ی 4 چند است؟



- A. 20
- B. 21
- C. 22
- D. 23



سوال 5

کلیدواژه: ساختار داده خطی

10 آجر در یک ردیف از چپ به راست، با عرض‌های $\{1, 2, 9, 5, 7, 6, 3, 4, 2, 1\}$ وجود دارند. DrCT آجرها را با استفاده از قوانین زیر یکی یکی از چپ به راست به پشت‌های آجرها اضافه می‌کند:

- فرض کنید آجر فعلی دارای عرض X باشد.
- تا زمانی که حداقل یک آجر در پشته وجود داشته باشد، او بالاترین آجر را در صورتی که دارای عرض کمتر یا برابر با X باشد از پشته حذف می‌کند. این روند تا زمانی ادامه پیدا می‌کند که هیچ آجر دیگری در پشته باقی نماند یا عرض بالاترین آجر، بزرگتر از X باشد.
- آجر فعلی با عرض X را به بالای پشته اضافه کنید.

کدام آجرها در پشته‌ی نهایی قرار خواهند داشت؟

- A. 9, 7, 6, 4, 2 only
- B. 7, 6, 4 only
- C. 9, 7, 6, 4, 2, 1 only
- D. 9, 7, 6, 4 only



سوال 6

کلیدواژه‌ها: مرتب‌سازی، حریصانه

N کالا با قیمت پایه و نرخ تورمی که افزایش قیمت روزانه است، وجود دارند. تنها امکان خرید یک کالا در یک روز وجود دارد. کمترین هزینه‌ی خرید N کالا در N روز را تعیین کنید.

برای مثال، اگر دو کالا با قیمت‌های پایه $\{2,1\}$ و نرخ تورم $\{2,1\}$ وجود داشته‌باشد، آن‌گاه کالای شماره‌ی یک باید در روز اول خریداری شود و کالای شماره‌ی دو باید در روز دوم خریداری شود، بنابراین کل هزینه برابر با $2+2=4$ خواهد شد.

10 کالا با قیمت‌های پایه $\{9,0,20,10,7,5,1,13,16,7\}$ و نرخ تورم $\{7,6,3,3,4,1,6,8,3,1\}$ وجود دارند، کمترین هزینه‌ی خرید 10 کالا در 10 روز را تعیین کنید.

- A. 212
- B. 88
- C. 124
- D. 221



سوال 7

کلیدواژه: کوتاه‌ترین مسیر

شبكة‌ای 8×8 وجود دارد که در آن یک مربع خالی نشان‌دهنده‌ی یک خانه و * نشان‌دهنده‌ی شیر آتش‌نشانی است.

با فرض اینکه تنها امکان جابه‌جایی بین مربع‌هایی وجود دارد که ضلع مشترک داشته‌باشند، فاصله‌ی بین یک خانه تا شیر آتش‌نشانی برابر با کمینه (کمترین) تعداد مربع‌های لازم برای رسیدن از خانه به شیر آتش‌نشانی تعریف می‌شود.

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	*
16	17	*	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	*	36	37
38	*	39	40	41	42	43	44
45	46	47	48	49	50	51	52
53	54	55	56	57	58	59	*

شماره خانه‌هایی را پیدا کنید که بزرگترین کمینه فاصله تا شیر آتش‌نشانی را دارند.

- A. Houses 1, 5 and 56 only.
- B. Houses 1, 13 and 58 only.
- C. Houses 1, 37 and 53 only.
- D. Houses 1, 53 and 56 only.

سوال 8

کلیدواژه‌ها: عامل‌ها²، آرایه‌های بولی³، تشخیص الگو

نواری از LED ها با N لامپ LED منحصر به فرد که توسط اعداد $1, 2, \dots, N$ از چپ به راست برچسب‌گذاری شده‌اند، وجود دارد. در ابتدا تمام چراغ‌های LED خاموش هستند. سپس برای هر عدد 1 تا N ، وضعیت LED که دارای شماره‌ی متناظری از ضرب آن عدد باشد، تغییر پیدا می‌کند. تغییر وضعیت چراغ LED به این معنی است که در صورت روشن بودن، خاموش می‌شود و در صورت خاموش بودن روشن می‌شود. این عمل همانند تغییر کلید چراغ است.

به عنوان مثال برای $N=3$ ، اتفاقات زیر رخ می‌دهد:

- 1- در ابتدا تمام چراغ‌ها خاموش هستند. (خاموش: 1, 2, 3)
- 2- تمامی مضرب‌های 1 تغییر وضعیت می‌دهند. (روشن: 1, 2, 3)
- 3- تمامی مضرب‌های 2 تغییر وضعیت می‌دهند. (روشن: 1, 3 | خاموش: 2)
- 4- تمامی مضرب‌های 3 تغییر وضعیت می‌دهند. (روشن: 1 | خاموش: 2, 3)

در صورتی که $N=100$ باشد، کدام چراغ‌ها روشن باقی می‌مانند؟

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- A. 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100
- B. 1, 9, 10, 16, 25, 64, 73, 81, 100
- C. 4, 9, 46, 64, 73, 91, 99, 100
- D. 9, 18, 27, 36, 53, 47, 81, 100

²Factors

³boolean arrays



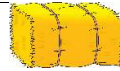

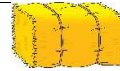
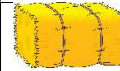
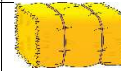



سوال 9

کلیدواژه: حریصانه

تعداد 8 پشته یونجه⁴ هر کدام با تعداد مشخصی بسته یونجه⁵ از چپ به راست چیده شده‌اند. می‌توانیم بسته‌های یونجه را جابه‌جا کنیم، به طوری‌که در هر جابه‌جایی می‌توانیم 1 بسته یونجه را از یک پشته یونجه به پشته یونجه مجاور منتقل کنیم.

برای این‌که تعداد بسته‌های یونجه در تمامی پشته‌ها یکسان باشند چند حرکت لازم است؟

2	5	5	3	6	0	4	7
							

- A. 8
- B. 9
- C. 10
- D. 11

⁴haystacks
⁵haybales

**Section B****بخش ب:**

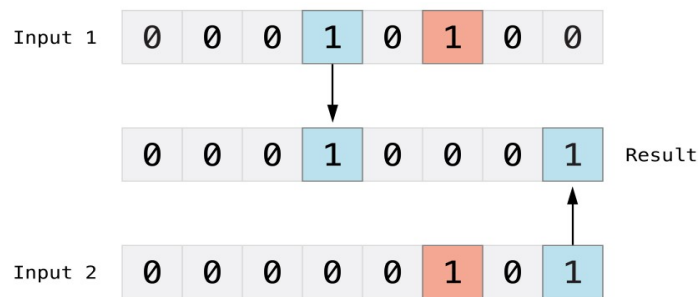
(پاسخ صحیح- 9 امتیاز | عدم پاسخ گویی- 0 امتیاز | پاسخ غلط- منفی 3 امتیاز)

برای سوالات با شماره‌ی 10 تا 15 پاسخ صحیح را انتخاب فرمایید و در پاسخ‌برگ گزینه‌ی موردنظر را علامت بزنید.

سوال 10

عملگر xor، پاسخ 1 را برمی‌گرداند اگر، و فقط اگر دقیقاً یکی از ورودی‌ها 1 باشد.

Input		Output
A	B	A xor B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



برای xor کردن دو عدد دودویی، عمل xor را روی بیت‌های متناظر انجام دهید. برای مثال،
 $10100 \wedge 1001 = 101$

بزرگ‌ترین نتیجه‌ی قابل دستیابی از انجام عمل xor روی دو تا از چهار عدد دودویی زیر را تعیین کنید.

10101010 ، 01111111 ، 10001010 ، 01100011

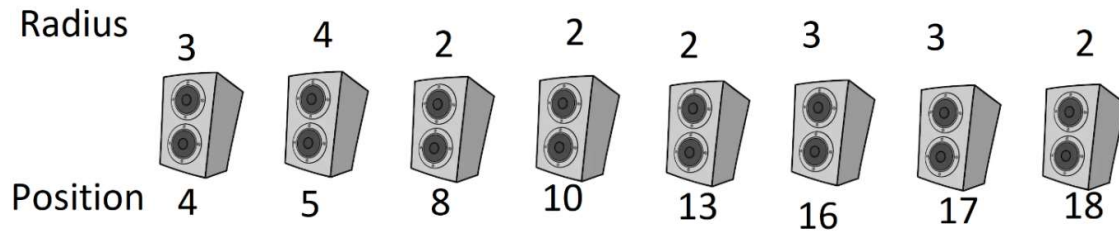
- A. 0111 0101
- B. 1111 1111
- C. 1011 1010
- D. 1111 0101

سوال 11

کلیدواژه‌ها: حریصانه، مرتب‌سازی

8 بلندگو در راهرویی به طول 20 متر (مشخص شده با مکان‌های 1, 2, ..., 20) وجود دارند. هر بلندگو در مکان مشخصی با شعاع معلومی قرار دارد. برای مثال، صدای بلندگویی که در مکان 3 با شعاع 2 قرار دارد از مکان‌های 1 تا 5 قابل شنیدن است.

فرض کنید بلندگوهایی با مکان‌های {4, 5, 8, 10, 13, 16, 17, 18} و شعاع‌های {3, 4, 2, 2, 2, 3, 3, 2} وجود دارند.



کمترین تعداد بلندگوهای لازم و مکان آن‌ها کدامیک از گزینه‌های زیر باشد تا مطمئن شویم تمام مکان‌ها می‌توانند صدای یک بلندگو را بشنوند؟

- A. 4, position 5, 10, 13 and 16
- B. 4, position 4, 5, 10 and 18
- C. 4, position 5, 10, 13 and 17
- D. 4, position 8, 13, 17 and 18

سوال 12

کلیدواژه‌ها: بسترها⁶، کدگذاری

mRNA از دنباله‌ای از نوکلئوتیدها⁷، که هر کدام توسط نمادهای "A"، "C"، "G" و "U" نمایش داده می‌شوند تشکیل شده است. سلول‌ها، mRNA را با خواندن نوکلئوتیدها در گروه‌های سه تایی که کدون⁸ نامیده می‌شوند رمزگشایی⁹ می‌کنند. در اینجا برخی ویژگی‌های کدون‌ها وجود دارد:

- 1- اغلب کدون‌ها یک آمینواسید را مشخص می‌کنند.
- 2- سه کدون‌های "ایست"، انتهای پروتئین را نشان می‌دهند.
- 3- یک کدون "شروع"، ابتدای پروتئین را نشان می‌دهد و متیونین¹⁰ آمینواسید را کدگذاری می‌کند.

1st base	2nd base								3rd base
	U	C	A	G	U	C	A	G	
U	UUU	Phe	UCU	Ser	UAU	Tyr	UGU	Cys	U
	UUC		UCC		UAC		UGC		C
	UUA	Leu	UCA		UAA	Stop	UGA	Stop	A
	UUG		UCG		UAG	Stop	UGG	Trp	G
C	CUU	Leu	CCU	Pro	CAU	His	CGU	Arg	U
	CUC		CCC		CAC		CGC		C
	CUA		CCA		CAA	Gln	CGA		A
	CUG		CCG		CAG	CGG	G		
A	AUU	Ile	ACU	Thr	AAU	Asn	AGU	Ser	U
	AUC		ACC		AAC		AGC		C
	AUA		ACA		AAA	Lys	AGA	A	
	AUG	Met	ACG		AAG	AGG	Arg	G	

⁶Substrings

⁷Nucleotides

⁸Codons

⁹Decode

¹⁰Methionine

G	GUU	Val	GCU	Ala	GAU	Asp	GGU	Gly	U
	GUC		GCC		GAC		GGC		C
	GUA		GCA		GAA	Glu	GGA		A
	GUG		GCG		GAG		GGG		G

کدون‌ها در یک mRNA در حال ترجمه خوانده می‌شوند، با کدون شروع، آغاز می‌شود و تا رسیدن به کدون ایست، ادامه پیدا می‌کند. هر کدون در بین کدون ابتدا و انتها مشخص‌کننده‌ی یک آمینواسید است.

جدول mRNA، نمایانگر آمینواسید متناظر با کدون خود است. برای مثال UUU مشخص‌کننده‌ی فی آمینواسید¹¹ و CGA مشخص‌کننده‌ی آرگ آمینواسید¹² است.

به عنوان مثال ترجمه‌ی یک رشته‌ی mRNA را نشان می‌دهیم:

GAGCAAUGAUCUCGUAACAUA.

GAGCA|AUG|AUC|UCG|UAA|CAUA

Met- Ile- Ser- Stop

بیانگر:

کدام رشته‌ی mRNA پروتئین زیر را کدگذاری می‌کند؟

Met – Ile – Gly – Ala – Trp – Leu

- A. GUAGAUGAUUGGAGCCUGACUAUAACCA
- B. AACAUGAUCGGAGCCUUGUGGUAAGGGU
- C. CACAUGAUAGGGGCGUGGUUGUAGCCUU
- D. UAAAGAUGAUUGGAGCAUGGUUCUAACG

¹¹Phe amino acid

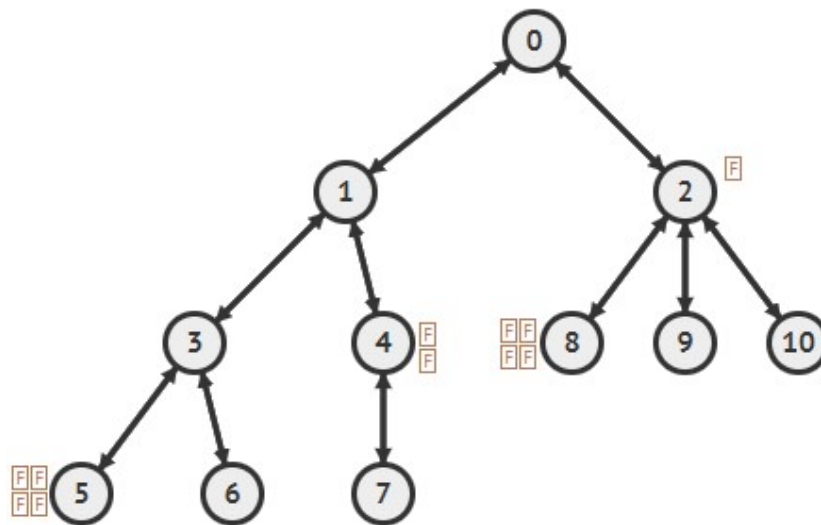
¹²Arg amino acid

سوال 13

کلیدواژه‌ها: درخت

هر گره (دایره) در یک درخت چند کیسه کود دارد. DrCT خواستار جابه‌جایی کیسه‌های کود به منظور وجود دقیقاً یک کیسه کود در هر گره است.

با توجه به اینکه هر شیفت شامل جابجایی 1 کیسه کود در لبه است، حداقل تعداد شیفت¹³ مورد نیاز برای جابجایی کودها در درخت زیر چند است؟



- A. 18 shifts
- B. 12 shifts
- C. 8 shifts
- D. 6 shifts

|

¹³Shift

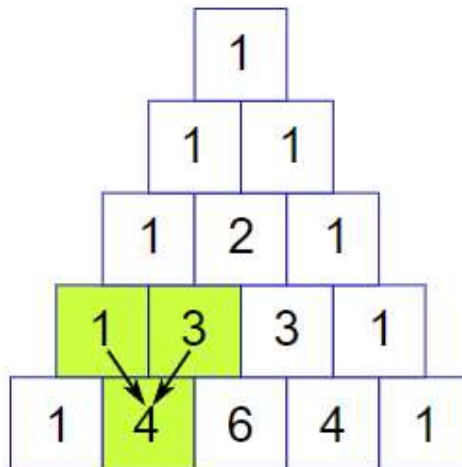
15

سوال 14

کلیدواژه‌ها: برنامه‌نویسی پویا

مثلث پاسکال¹⁴ با ردیف $n=0$ در بالا، (ردیف صفرام) شروع می‌شود. درایه‌ها در هر ردیف از سمت چپ با شماره $k=0$ شروع می‌شود و معمولاً توسط اعداد ردیف بالاتر تعیین می‌شود و نقشی در تعیین اعداد ردیف پایین دارند. برای مثال عدد با $n=4$ و $k=1$ برابر 4 است.

یکی از روش‌های ایجاد مثلث به شکل زیر است. در ردیف صفر درایه‌ای با مقدار 1 وجود داشته‌باشد. درایه‌های ردیف‌های متوالی با افزودن مقادیر درایه‌های سمت بالا، چپ و سمت بالا، راست، درایه‌های خالی را صفر فرض کنید، تعیین می‌شود.



عدد موجود در $n=12$ و $k=5$ را تعیین کنید.

- A. 780
- B. 783
- C. 790
- D. 792

¹⁴Pascal's triangle



سوال 15

کلیدواژه‌ها: دو دویی

مکمل دوم یک عدد N -بیتی به شکل مکمل آن نسبت به 2^N تعریف می‌شود. برای مثال برای عدد سه بیتی 010، مکمل دوم برابر 110 است، زیرا $010 + 110 = 1000$.

مکمل دوم را می‌توان با معکوس کردن بیت‌ها عدد N بیتی و افزودن یک به دست آورد.

مکمل دوم عدد زیر را بیابید.

10001010 (نسبت به 2^8)

A. 01010110

B. 10000001

C. 01110110

D. 10011101

Section C

بخش ج:

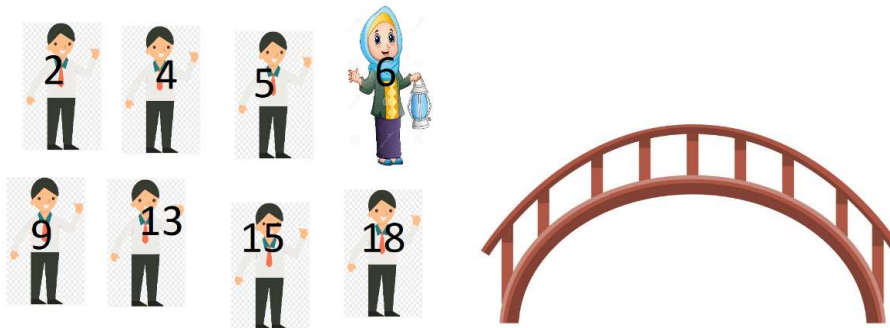
(پاسخ صحیح- 12 امتیاز | عدم پاسخ گویی- 0 امتیاز | پاسخ غلط- منفی 4 امتیاز)

برای سوالات با شماره‌ی 16 تا 24 پاسخ صحیح را در محل مشخص شده بنویسید و مقدار رقم را با پرکردن عدد متناظر در دایره‌های پایین آن رقم، مشخص فرمایید.

سوال 16

کلیدواژه‌ها: حریم

8 فرد خواهان عبور از پلی هستند، برای عبور هر یک از این افراد زمان مشخصی برای عبور از پل لازم است: {2,4,5,6,9,13,15,18}. برای عبور از پل یک چراغ لازم است، و در هر لحظه حداکثر دو نفر می‌توانند از چراغ استفاده کنند.



سریع‌ترین زمان برای عبور هر 8 نفر از پل چه قدر است؟ (پاسخ خود را بر حسب دقیقه بیان فرمایید.)



سوال 17

کلیدواژه‌ها: برنامه‌نویسی پویا
شما دارای سکه‌های 1¢ ، 5¢ ، 10¢ ، 20¢ ، 50¢ ، 100¢ ($\$1$) هستید.



چهار روش برای ایجاد 10¢ ، وجود دارد: $(10 * 1\text{¢})$ ، $(5 * 1\text{¢} + 5\text{¢})$ ، $(2 * 5\text{¢})$ ، (10¢) .
دو روش در صورت اختلاف در تعداد یکی از سکه‌های شش‌گانه متفاوت هستند.

چند روش متفاوت برای ایجاد 100¢ ($\$1$) وجود دارد؟

سوال 18

کلیدواژه‌ها: دستکاری بیت¹⁵، برنامه‌نویسی پویا

N زندانی دور یک میز دایره‌ای شکل قرارداده شده‌اند. این زندانی‌ها با 1 تا N به صورت ساعتگرد، برچسب‌گذاری شده‌اند. با شروع از زندانی شماره 1، هر یک از دومین زندانی‌ها در جهت ساعتگرد اعدام می‌شوند و از دایره حذف می‌شوند.

این روند در همان جهت ساعتگرد با حذف دومین زندانی ادامه پیدا می‌کند تا در نهایت تنها یک زندانی باقی بماند.

¹⁵bitmanipulation



برای مثال با $N=5$ ، زندانی‌های 2، 4، 1، 5 به ترتیب از چپ به راست اعدام می‌شوند. زندانی 3 هم زنده می‌ماند.

در صورتی که $N=2020$ ، شماره زندانی که زنده می‌ماند، چند است؟

سوال 19

کلیدواژه‌ها: گراف جایگشت، نظریه‌ی اعداد

N ورزشکار در حال اجرای حرکات موزون از 1 تا N برچسب‌گذاری شده‌اند. هر یک از آنها اجرای خودشان را با انجام حرکت متفاوتی که 1 تا N برچسب‌گذاری شده‌است، شروع کرده است. با گذشت هر دقیقه و تغییر موسیقی، احتمالاً ورزشکاران نیز حرکت خودشان را تغییر دهند. به طور مشخص، ورزشکار با حرکت i ، به حرکت P_i با $1, 2, \dots, N$ تغییر وضعیت می‌دهد. جایگشت بودن P_i تضمین شده است. بنابراین در هر لحظه، هر یک از N ورزشکار، حرکات متفاوتی را اجرا می‌کنند.

برای مثال $N=5$ ، $P=\{2, 5, 4, 3, 1\}$ را اختیار کنید. در ابتدا ورزشکاران حرکات $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ را اختیار کردند. در هر دقیقه‌ی بعد حرکات ورزشکاران به شکل مقابل است:

$\{2, 5, 4, 3, 1\} \rightarrow \{5, 1, 3, 4, 2\} \rightarrow \{1, 2, 4, 3, 5\} \rightarrow \{2, 5, 3, 4, 1\} \rightarrow \{5, 1, 4, 3, 2\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

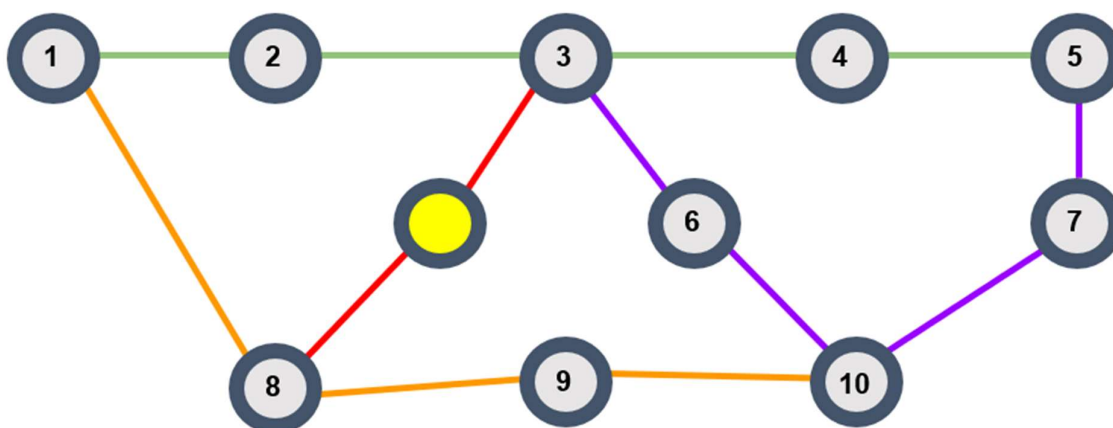
ورزشکاران پس از 6 دقیقه به حرکتی که کار خود را با آن شروع کرده بودند، بازگشتند.

اکنون $N=15$ و $P=\{4, 11, 7, 15, 6, 9, 3, 14, 12, 5, 8, 10, 13, 2, 1\}$ را اختیار کنید.

چند دقیقه طول می‌کشد تا این 15 ورزشکار به حرکتی که کار خود را با آن شروع کرده‌اند، برگردند؟

سوال 20

کلیدواژه‌ها: کوتاه‌ترین مسیر منبع واحد



طرح بالا بیان‌کننده‌ی شبکه‌ی قطار با ریل‌های قطار دوسویه است. ایستگاه‌های قطار با دایره نشان‌داده‌شده‌اند، در حالیکه ریل‌های قطاری که از چند ایستگاه می‌گذرند با خطوط هم‌رنگ نمایش داده‌شده‌اند.

راس ساعت 06:00، از سمت چپ‌ترین ایستگاه هر ریل یک قطار شروع به حرکت می‌کند. برای هر قطار یک دقیقه طول می‌کشد تا فاصله‌ی بین دو ایستگاه را بپیماید. زمانی که قطار به انتهای خط می‌رسد، جهتش را عوض می‌کند، و در سمت دیگر حرکت می‌کند، این روند به صورت حلقه طی می‌شود. برای مثال برای قطار خط سبز 8 دقیقه طول می‌کشد تا یکبار حلقه را کامل کند.

سفر یک مسافر در ساعت 06:00 از ایستگاه مشخص‌شده به رنگ زرد شروع می‌شود. فرض کنید که زمانی برای پیاده‌شدن مسافر از قطار و سوارشدن آن به قطار صرف نشود. برای رسیدن به کدام ایستگاه باید بیش‌ترین زمان را صرف کند؟



سوال 21

کلیدواژه‌ها: برنامه‌نویسی پویای ارقام

بازیکنان به صورت دایره نشسته‌اند. بازیکنی که بازی را شروع می‌کند، عدد "1" را اعلام می‌کند. پس از این هر بازیکن در نوبت خود یک واحد به عدد بیان‌شده توسط بازیکن قبلی اضافه می‌کند و عدد حاصل را اعلام می‌کند. عددی که قابل قسمت بر 3 باشد یا دارای رقم 3 باشد با هپ جایگزین می‌شود.

برای مثال، 3، 6، 9، 12 و 13، اولین پنج عددی هستند که با هپ جایگزین می‌شوند.

چند عدد بین 1 تا 3333 با هپ جایگزین نمی‌شوند؟

سوال 22

کلیدواژه‌ها: معادلات دیوفانتین¹⁶، الگوریتم‌های بازگشتی

معادلات دیوفانتین، معادلاتی با پاسخ عدد صحیح هستند. برای مثال معادله $3x + 4y = 1$ دارای پاسخ‌های صحیح $(-1, 1), (5, -4), \dots$ است.

در بین پاسخ‌های صحیح معادله $12585x + 7845y = 15$ ، کوچک‌ترین مقدار x را بیابید.

¹⁶ Diophantine equations

سوال 23

کلیدواژه‌ها: فشرده‌سازی، نانوگرام¹⁷

نانوگرام‌ها، پازل‌های دوبعدی هستند که در آن هر مربع شبکه در یک شبکه $N * N$ سایه‌زده‌شده یا سایه‌زده‌نشده هستند. هر ردیف/ستون توسط دنباله‌ای از اعداد توصیف می‌شوند. هر عدد بیانگر بلوک‌های مربع سایه‌زده‌شده‌ی متوالی است.

برای مثال [3] نشان‌دهنده‌ی یک بلوک سه‌تایی از مربع‌های سایه‌زده‌شده‌ی متوالی هستند. در صورتی که [2, 2] نشان‌دهنده‌ی دو بلوک مربع سایه‌زده‌شده است که توسط یک یا چند مربع از یکدیگر جدا شده‌اند.

به عدم وجود مربع سایه‌زده‌شده در سمت چپ و راست هر ردیف و بالا و پایین هر ستون توجه کنید.

در زیر پاسخ یک نانوگرام $5 * 5$ نشان‌داده‌شده است:

			1		
		3	1	2	3
1					
2					
2	2				
1	1	1			
3					

→

			1		
		3	1	2	3
1	x	x	x		x
2	x	x	x		
2	2			x	
1	1	1		x	x
3				x	x

پازل زیر را حل کنید. چند مربع سایه‌زده‌شده پس از کامل کردن پازل زیر به دست آوردید؟

¹⁷Nonogram

	6		4	3	2	1				
	1	8	4	4	1	1	1	3	5	5
2										
3										
4	2									
3	2									
3	3									
2	6									
4	3									
4	1									
	3									
4	1									

سوال 24

کلیدواژه‌ها: کسر ادامه‌دار، تخمین‌ها

ریشه‌ی دوم عدد 2 که با نماد $\sqrt{2}$ نیز نمایش داده می‌شود، عدد صحیح مثبتی است که در رابطه‌ی $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ صدق می‌کند. تخمینی از $\sqrt{2}$ در سیستم دسیمال¹⁸ برابر $\sqrt{2} = 1.4142135623$ است. اما ما علاقه‌مند به نمایش $\sqrt{2}$ در فرم کسری $\frac{p}{q}$ که در آن p و q اعداد صحیح مثبتند، هستیم.

به صورت مشخص‌تر، ما دنبال کسر $\frac{p}{q}$ هستیم که عبارت $|\sqrt{2} - \frac{p}{q}|$ را برای $p, q \leq N$ داده شده، کمینه کند.

برای مثال برای $N=7$ ، بهترین تخمین $\frac{7}{5} = 1.4$ است. در صورتی که برای $N=99$ ، بهترین تخمین $\frac{99}{70} = 1.4142857$ است.

بهترین تخمین از p برای $N=2020$ چیست؟ پاسخ خود را به صورت عدد صحیح مثبت بیان کنید.

پایان سوالات

¹⁸Decimal

چرک نویس

